



السؤال الأول: (22 درجة)

(1) يتعين مستوى تشار التقاطعين $M_1(1, -3, 1)$ ، $M_2(3, -3, 3)$ ، بالمعادلة:
 $x - y + z + 8 = 0$ (D) ، $x - y + z - 4 = 0$ (C) ، $2x - 2y + 2z - 8 = 0$ (B) ، $x - y + z - 8 = 0$ (A)

(2) تمثل المعادلة $xy - z = 0$ في الفضاء الثلاثي:
 (A) سطح محسم قطع زائد، وفي المستوى قطعاً زائداً.
 (B) سطحاً أسطوانياً زائداً، وفي المستوى قطعاً زائداً.
 (C) سطح محسم قطع زائد، وفي المستوى قطعاً ناقصاً.
 (D) سطحاً أسطوانياً زائداً، وفي المستوى قطعاً ناقصاً.

(3) إن البعد بين المستويين: $\pi_1: x - 2y + 2z - 6 = 0$ ، $\pi_2: x - 2y + 2z + 6 = 0$ ، يساوي:
 12 (A) ، 1 (B) ، 0 (C) ، 4 (D)

(4) يتعين السطح: $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 6x + 36z - 99 = 0$ بالمعادلة القياسية الآتية:
 $\frac{x^2}{99} + \frac{y^2}{99/4} + \frac{z^2}{11} = 1$ (C) ، $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{16} = -1$ (B) ، $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{16} = 1$ (A) ، غير ذلك (D)

(5) تعين المعادلة: $x^2 + by^2 + cz^2 = d$ في الفضاء الثلاثي سطحاً مخروطياً حقيقياً، عندما:
 $b < 0, \forall c, d$ (D) ، $bc > 0, \forall d$ (C) ، $bc < 0, d = 0$ (B) ، $b > 0, c > 0, d = 0$ (A)

(6) حتى يقع المستقيم: $x = 3 + 4t, y = 1 - 4t, z = -3 + t$ في المستوى: $px + 2y - 4z + h = 0$ ، يأخذ المعاملان p, h القيمتين:
 $p = 3, h = -23$ (C) ، $p = -3, h = -23$ (B) ، $p = -3, h = 23$ (A) ، غير ذلك (D)

حل السؤال الثاني: (22 درجة):

لتكن النقطة: $M\left(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 4\right)$ ، المعينة بالإحداثيات الأسطوانية، والمطلوب:

- أوجد إحداثياتها الديكارتية، واستنتج في أي ثمن إحداثي تقع هذه النقطة؟ ثم أحسب بعدها عن مبدأ الإحداثيات.
- عين، بالإحداثيات الأسطوانية، مساقطها على المستويات والمحاور الإحداثية.

حل السؤال الثالث: (36 درجة):

ليكن لديك: النقطة $A(1, 2, 1)$ والمستقيم $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$ ، والمطلوب:

- أثبت أن هذه النقطة لا تقع على هذا المستقيم، ثم أوجد مسقطها القائم عليه.
- أوجد، بطريقتين مختلفتين، معادلة المستوى المعين بالنقطة وبالمستقيم هذين.
- استنتج معادلتى المستقيم المار بهذه النقطة والعمودي على هذا المستقيم.

حل السؤال الأول (42 درجة):

(1) يتعين مستوى تناظر النقطتين $M_1(1, -3, 1)$ ، $M_2(3, -5, 3)$ بالمعادلة:

$x - y + z - 8 = 0$ (A) ، $2x - 2y + 2z - 8 = 0$ (B) ، $x - y + z - 4 = 0$ (C) ، $x - y + z + 8 = 0$ (D)

(2) تمثل المعادلة $xy - 2 = 0$ في الفضاء الثلاثي:

(A) سطح مجسم قطع زائد ، وفي المستوى قطعاً زائداً ،
(B) سطحاً أسطوانياً زائداً ، وفي المستوى قطعاً زائداً ،
(C) سطح مجسم قطع زائد ، وفي المستوى قطعاً ناقصاً ،
(D) سطحاً أسطوانياً زائداً ، وفي المستوى قطعاً ناقصاً .

(3) إن البعد بين المستويين: $\pi_1: x - 2y + 2z - 6 = 0$ ، $\pi_2: x - 2y + 2z + 6 = 0$ ، يساوي:

12 (A) ، 1 (B) ، 0 (C) ، 4 (D)

(4) يتعين السطح: $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 6x + 36z - 99 = 0$ بالمعادلة القياسية الآتية:

$\frac{X^2}{144} + \frac{Y^2}{36} + \frac{Z^2}{16} = 1$ (A) ، $\frac{X^2}{144} + \frac{Y^2}{36} + \frac{Z^2}{16} = -1$ (B) ، $\frac{X^2}{99} + \frac{Y^2}{11} + \frac{Z^2}{11} = 1$ (C) ، $\frac{X^2}{99} + \frac{Y^2}{11} + \frac{Z^2}{11} = 1$ (D) غير ذلك

(5) تعين المعادلة: $x^2 + by^2 + cz^2 = d$ في الفضاء الثلاثي سطحاً مخروطياً حقيقياً ، عندما:

$b > 0, c > 0, d = 0$ (A) ، $bc < 0, d = 0$ (B) ، $bc > 0, \forall d$ (C) ، $b < 0, \forall c, d$ (D)

(6) حتى يقع المستقيم: $x = 3 + 4t$ ، $y = 1 - 4t$ ، $z = -3 + t$ في المستوى: $px + 2y - 4z + h = 0$

بأخذ المعاملان p, h القيمتين:

$p = -3, h = 23$ (A) ، $p = -3, h = -23$ (B) ، $p = 3, h = -23$ (C) ، $p = 3, h = 23$ (D) غير ذلك.

حل السؤال الثاني (22 درجة):

لتكن النقطة: $M\left(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 4\right)$ ، المعينة بالإحداثيات الأسطوانية.

1- إحداثياتها الديكارتية $M(2, 2, 4)$ ، وهي تقع في الثمن الإحداثي الأول ، و يساوي بعدها عن مبدأ الإحداثيات:

$$|\vec{OM}| = \sqrt{4 + 4 + 16} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

2- أما مساقطها ، بالإحداثيات الأسطوانية ، على المستويات والمحاور الإحداثية ، فهي:

$$M_1(2, 0, 0) , M_2\left(2, \frac{\pi}{2}, 0\right) , M_3(0, \text{no } \theta, 2) , M'_1\left(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 0\right) , M''\left(2, \frac{\pi}{2}, 4\right) , M'''(2, 0, 4)$$

حل السؤال الثالث (36 درجة):

$$\text{لدينا النقطة } A(1,2,1) \text{ والمستقيم } l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$$

1- لا تقع هذه النقطة على هذا المستقيم لأن:

$$\frac{1-2}{2} = \frac{2-1}{-2} = \frac{-1}{2} \neq \frac{z+1}{2} = 1$$

أما مسقطها القائم على المستقيم l ، فهو نقطة تقاطع هذا المستقيم مع المستوى π_1 المار بها والعمودي على هذا المستقيم، والذي معادلته:

$$\pi_1: 2(x-1) - 2(y-2) + 2(z-1) = 0 \Rightarrow \pi_1: 2x - 2y + 2z = 0 \Rightarrow \pi_1: x - y + z = 0$$

بالحل المشترك، نجد:

$$A' = l \cap \pi_1 \Rightarrow 2+t-1+t-1+t=0 \Rightarrow t=0 \Rightarrow A'(2,1,-1)$$

2- نحصل على معادلة المستوى المعين بالنقطة وبالمستقيم هذين بالطريقتين الآتيتين:
(أ) أخذ مستويات حزمة المستويات المارة بهذا المستقيم، والذي معادلته الأساسيتان:

$$l \begin{cases} x+y-3=0 \\ x-z-3=0 \end{cases}$$

تعطى معادلة هذه الحزمة بـ:

$$P(t) \equiv (1+t)x + y - tz - 3 - 3t = 0$$

نختار المستوى المار بالنقطة $A(1,2,1)$ ، أي أن:

$$(1+t)1 + 2 - t - 3 - 3t = 0 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow \pi_2: P(0) \equiv x + y - 3 = 0$$

(ب) هو المستوى المار بالنقطة $A(1,2,1)$ والموازي لمنحنيين: الأول هو منحنى توجيه المستقيم $\vec{u}(1,-1,1)$ ، والثاني معين بالنقطتين: $A(1,2,1)$ و $A'(2,1,-1)$ أي: $\overrightarrow{AA'}(1,-1,-2)$ ، وبالتالي معادلته:

$$\pi_2: \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 3(x-1) + 3(y-2) + 0(z-1) = 0 \Rightarrow \pi_2: x + y - 3 = 0$$

(ج) إن المستقيم المار بهذه النقطة والعمودي على هذا المستقيم هو الفصل المشترك للمستويين π_1 و π_2 ، وبالتالي معادلته: $\pi_1: x - y + z = 0$ و $\pi_2: x + y - 3 = 0$.